

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ПО ДЕФОРМАЦИЯМ КОНТУРА ВЫРАБОТКИ

**В.Д.Барышников, И.Л.Болтенгаген, Л.Н.Гахова**  
Институт горного дела СО РАН, Новосибирск, Россия

Получены зависимости смещений и деформаций контура поперечного сечения выработки от изменения напряженно-деформированного состояния в массиве горных пород. На их основе дана оценка изменения напряженного состояния в береговых примыканиях плотины Саяно-Шушенской ГЭС.

The dependences of displacements and deformations of the boundary of the finished section of a working on change of stress-strain state in rock massif are obtained. On the basis of them the estimation of change of stressed state in waterside contiguities of the dam of Sayano-Shushensky hydroelectric station is carried out.

### **Введение.**

Экспериментальные данные о смещениях и деформациях контура выработки позволяют определять изменения напряженного состояния массива. Практическое использование данного способа оценки напряжений требует создания аппаратуры для определения смещений контура выработки и соответствующего расчетного аппарата.

На примере выработок кругового и квадратного поперечных сечений получены соотношения для определения изменений напряженного состояния массива по результатам измерений смещений контура поперечного сечения и деформации в направлении продольной оси выработки. Исследована погрешность определения напряженного состояния массива по деформациям контура выработки, связанная с различием деформационных свойств массива и бетонной крепи выработки. Использовались аналитические решения о распределении напряжений в окрестности цилиндрической полости и численное моделирование методами конечных элементов и граничных интегральных уравнений.

Созданы инструменты для измерения деформаций контура выработки. Выполнены экспериментальные работы и получена оценка изменений напряженного состояния береговых примыканий плотины Саяно-Шушенской ГЭС при сезонном наполнении водохранилища.

### **Определение напряжений по деформациям контура выработки.**

*Цилиндрическая выработка.* Изменения напряжений  $\Delta\sigma_x^0, \Delta\sigma_y^0, \Delta\sigma_z^0$  в однородном изотропном линейно-упругом массиве (рис.1) приводят к следующему распределению компонент вектора дополнительных перемещений  $u_r, v_\theta$  в полярных координатах  $r, \theta$  в окрестности цилиндрической выработки радиуса  $R$ , полученному после интегрирования деформаций, связанных законом Гука с напряжениями решения Кирша [1]:

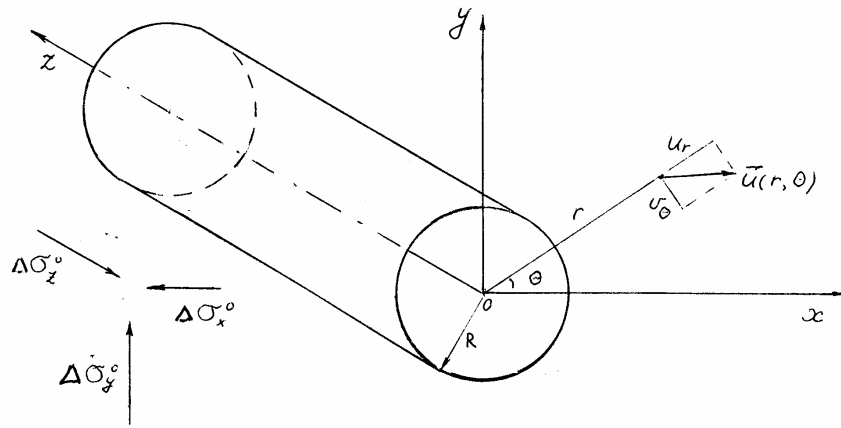


Рис.1.

$$\begin{aligned}
 u_r &= \frac{\Delta\sigma_x^0 + \Delta\sigma_y^0}{2E} \left( (1-\nu)r + (1+\nu)\frac{R^2}{r} \right) - \\
 &- \frac{\Delta\sigma_x^0 - \Delta\sigma_y^0}{2E} (1+\nu) \left( r - \frac{R^4}{r^3} + 4(1-\nu)\frac{R^2}{r} \right) \cos(2\theta) - \frac{\nu}{E} \Delta\sigma_z^0 r, \\
 v_\theta &= \frac{\Delta\sigma_x^0 - \Delta\sigma_y^0}{2E} (1+\nu) \left( r + \frac{R^4}{r^3} + 2(1-2\nu)\frac{R^2}{r} \right) \sin(2\theta),
 \end{aligned}$$

где  $E, \nu$  - модуль Юнга и коэффициент Пуассона массива. Неоднозначность определения вектора перемещений после интегрирования исчезает при использовании условий симметрии ( $v_\theta = 0$  при  $\theta = 0^0$  и  $90^0$ ). Радиальные смещения  $u_r$  и окружная деформация  $\Delta\varepsilon_\theta$  на контуре выработки ( $r = R$ ) равны

$$\begin{aligned}
 u_r &= R \frac{\Delta\sigma_x^0}{E} (1-2(1-\nu^2) \cos(2\theta)) + R \frac{\Delta\sigma_y^0}{E} (1+2(1-\nu^2) \cos(2\theta)) - \frac{\nu\Delta\sigma_z^0}{E} R, \\
 \Delta\varepsilon_\theta &= \frac{\Delta\sigma_x^0}{E} (1+2(1-\nu^2) \cos(2\theta)) + \frac{\Delta\sigma_y^0}{E} (1-2(1-\nu^2) \cos(2\theta)) - \frac{\nu\Delta\sigma_z^0}{E}.
 \end{aligned}$$

Конвергенция  $V_c$  кровли и почвы выработки и ее бортов  $U_c$ , окружная деформация  $\Delta\varepsilon_\theta$  в борту выработки ( $\theta = 0^0$ ) и продольная деформация  $\Delta\varepsilon_z$  по оси выработки связаны с изменениями напряжений в массиве следующими соотношениями

$$\begin{aligned}
 U_c &= \frac{2R}{E} (3-2\nu^2) \Delta\sigma_x^0 - \frac{2R}{E} (1-2\nu^2) \Delta\sigma_y^0 - \frac{2R}{E} \nu\Delta\sigma_z^0, \\
 V_c &= -\frac{2R}{E} (1-2\nu^2) \Delta\sigma_x^0 + \frac{2R}{E} (3-2\nu^2) \Delta\sigma_y^0 - \frac{2R}{E} \nu\Delta\sigma_z^0, \\
 \Delta\varepsilon_z &= -\frac{\nu}{E} \Delta\sigma_x^0 - \frac{\nu}{E} \Delta\sigma_y^0 + \frac{1}{E} \Delta\sigma_z^0, \\
 \Delta\varepsilon_\theta &= -\frac{1-2\nu^2}{E} \Delta\sigma_x^0 + \frac{3-2\nu^2}{E} \Delta\sigma_y^0 - \frac{\nu}{E} \Delta\sigma_z^0.
 \end{aligned}$$

Отметим следующую особенность: окружная деформация в борту  $\Delta\varepsilon_0$  равна отношению конвергенции кровли и почвы выработки к ее диаметру  $\frac{V_c}{2R}$ .

Используя экспериментальные данные о вертикальной  $\frac{V_c}{2R}$ , горизонтальной  $\frac{U_c}{2R}$  и продольной  $\Delta\varepsilon_z$  деформациях выработки получим следующие соотношения для изменений напряжений в массиве:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_x^0 &= \frac{3E}{8(1-\nu^2)} \frac{U_c}{2R} + \frac{E}{8(1-\nu^2)} \frac{V_c}{2R} + \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} \Delta\varepsilon_z, \\ \Delta\sigma_y^0 &= \frac{E}{8(1-\nu^2)} \frac{U_c}{2R} + \frac{3E}{8(1-\nu^2)} \frac{V_c}{2R} + \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} \Delta\varepsilon_z, \\ \Delta\sigma_z^0 &= \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} \frac{U_c}{2R} + \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} \frac{V_c}{2R} + \frac{E}{1-\nu^2} \Delta\varepsilon_z. \end{aligned} \quad (1)$$

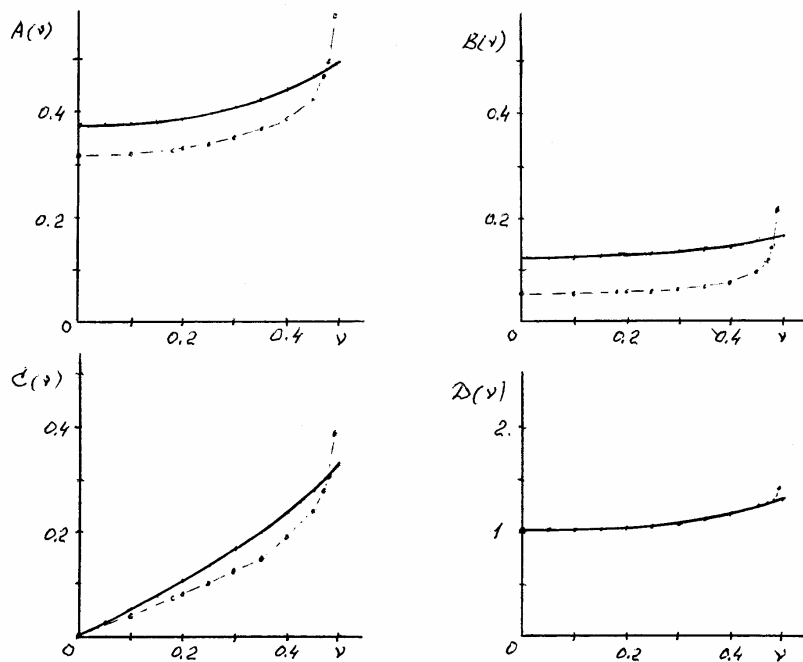


Рис.2.

*Выработка квадратного поперечного сечения.* В случае квадратной выработки высотой (шириной)  $h$ , ориентированной в направлении одного из главных дополнительных напряжений  $\Delta\sigma_z$ . изменения напряжений в массиве по экспериментально измеренным значениям деформаций контура выработки  $\frac{U_c}{h}$ ,

$\frac{V_c}{h}$  и  $\Delta\varepsilon_z$  определяются с помощью следующих матричных соотношений:

$$\begin{vmatrix} \Delta\sigma_x^0 \\ \Delta\sigma_y^0 \\ \Delta\sigma_z^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B & C \\ B & A & C \\ C & C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E \frac{U_c}{h} \\ E \frac{V_c}{h} \\ E\Delta\varepsilon_z \end{vmatrix}.$$

Полученные с помощью численного моделирования методом конечных элементов зависимости коэффициентов  $A, B, C, D$  от  $\nu$  показаны на рис.2 (пунктир). Сплошными линиями показаны зависимости аналогичных коэффициентов для цилиндрической выработки.

В случае измерения конвергенции бортов выработки  $U_c$ , вертикальной  $\Delta\varepsilon_0$  и продольной  $\Delta\varepsilon_z$  деформаций в борту выработки дополнительные напряжения в массиве определяются по измеренным величинам деформаций контура выработки  $\frac{U_c}{h}$ ,  $\Delta\varepsilon_0$ ,  $\Delta\varepsilon_z$  с помощью следующих соотношений:

$$\begin{vmatrix} \Delta\sigma_x^0 \\ \Delta\sigma_y^0 \\ \Delta\sigma_z^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E \frac{U_c}{h} \\ E\Delta\varepsilon_0 \\ E\Delta\varepsilon_z \end{vmatrix}.$$

Зависимости коэффициентов  $s_{ij}$  от  $\nu$ , полученные с помощью численного моделирования, приведены на рис.3. На практике экспериментальные данные о конвергенции кровли и почвы выработки и о вертикальной деформации в борту могут быть использованы для совместной статистической обработки с целью оценки ошибки измерений [2].

*Подкрепленная цилиндрическая выработка.* Рассмотрим цилиндрическую выработку радиуса  $r_1$  с обделкой радиуса  $r_2$ . В плоскости, перпендикулярной оси выработки в массиве действуют дополнительные напряжения  $\Delta p$ , изменения напряжения и деформации по оси выработки в массиве -  $\Delta q$  и  $\Delta\varepsilon_z$  соответственно. Модуль упругости и коэффициент Пуассона обделки и массива  $E_1, \nu_1$  и  $E_2, \nu_2$  соответственно. Деформация представляет собой чисто радиальной смещение  $u_r = u(r)$  [3]. После интегрирования уравнений Ламэ, которые в данном случае имеют вид  $\nabla \operatorname{div} u = 0$ , получим смещения в обделке  $u_1 = a_1 r + \frac{b_1}{r}$  и в массиве  $u_2 = a_2 r + \frac{b_2}{r}$ . Постоянные интегрирования  $a_1, b_1, a_2, b_2$  определяются с помощью двух граничных условий ( $\Delta\sigma_r(r=r_1) = 0$  и  $\Delta\sigma_r(r \rightarrow \infty) = \Delta p$ ) и двух условий на границе обделки с массивом (непрерывность  $\Delta\sigma_r$  и  $u_r$  на контакте  $r=r_2$ ). Если имеется информация о радиальной  $\frac{U_c}{r_1}$  и продольной  $\Delta\varepsilon_z$  деформациях контура выработки, то изменения напряжений в массиве  $\Delta p, \Delta q$  определяются с помощью следующих соотношений:

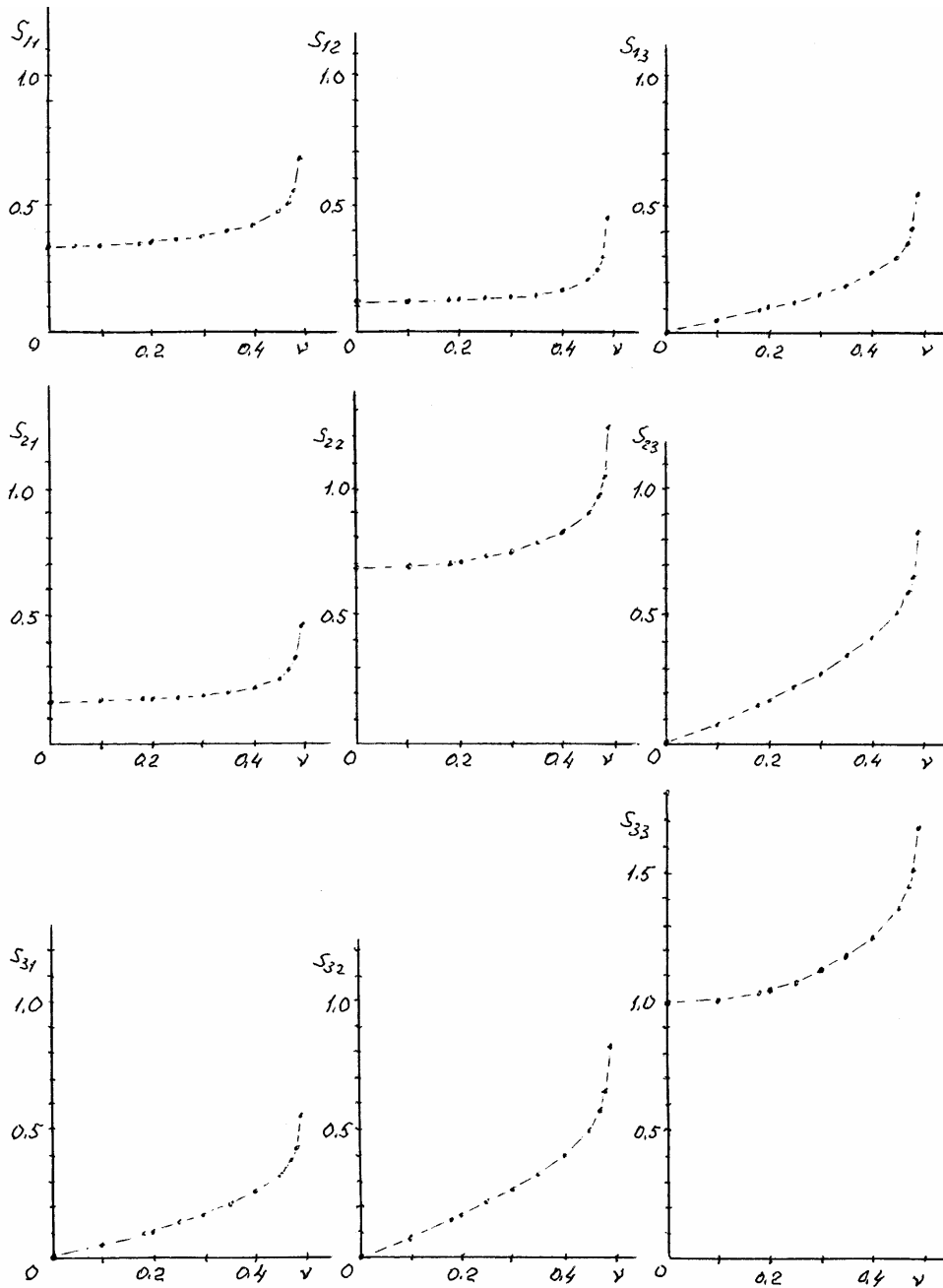


Рис.3.

$$\Delta p = \left( \nu_1 \Delta \varepsilon_z + \frac{U_c}{r_1} \right) E_2 \frac{\left( 1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) \left( \frac{E_1 (1 + \nu_2)}{E_2 (1 + \nu_1)} + \frac{1 - 2\nu_1}{1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}} \right)}{4(1 - \nu_1)(1 - \nu_2^2)} + \frac{\nu_2 - \nu_1}{2(1 - \nu_2^2)} E_2 \Delta \varepsilon_z, \quad (2)$$

$$\Delta q = E_2 \Delta \varepsilon_z + 2\nu_2 \Delta p.$$

*Выработка произвольной формы.* В случае полости произвольной конфигурации необходимо решение ряда задач теории упругости для определения коэффициентов линейной зависимости каждой из

экспериментально измеренных деформаций контура от соответствующих компонентов тензора напряжений. Полученная в результате система линейных алгебраических уравнений может быть решена для определения изменений напряженного состояния массива по результатам экспериментального определения деформаций контура выработки. Для интерпретации экспериментальных данных о смещениях контура выработок различных форм необходимо численное решение задач теории упругости методами граничных интегральных уравнений или конечных элементов в трехмерной или плоской постановках.

### Экспериментальная оценка приращений напряжений в береговых примыканиях плотины Саяно-Шушенской ГЭС.

*Измерительное оборудование.* О деформациях скального массива приконтурной части выработки можно судить по относительным смещениям марок, закрепленных на контуре по выбранной схеме измерений. Для определения относительных смещений марок разработаны специальные конструкции измерительных средств – инварные и кварцевые жезлы со стандартными измерительными устройствами: микрометры типа МК и индикаторы часового типа ИЧ10 (ИЧ50) с ценой деления 0,01 мм.

Таблица 1

Относительные смещения контура поперечного сечения и осевая деформация галерей при наполнении водохранилища СШ ГЭС.

Начальный цикл измерений (нулевой отсчет) – 13.05.1996 г. (УВБ=505м)

Галерея	NN Станций	Значения измеренных величин на 25.09.1996г (УВБ = 540м)		
		Относительные смещения, мкм		Деформация, $\Delta\varepsilon_z \cdot 10^6$
		Вертикальные, $V_c$	Горизонтальные, $U_c$	
ЦДЛ - 1 Левый берег, Отм.467м	Л – 1	280	-190	-65
	Л – 2	300	-250	-55
	Л – 3	330	-190	-45
	Л – 4	240	-200	-50
	Л – 5	-120	0	-40
	Л – 6	-70	-15	-15
ЦДП – 1 Правый берег, Отм. 467м.	П – 1	295	-160	-30
	П – 2	260	-150	-20
	П – 3	150	-80	-15
	П – 5	15	-60	-15
	П – 6	-15	15	-5

Для измерения смещения контура выработок используется кварцевый раздвижной жезл, обеспечивающий определение смещений между марками на расстояниях 2-3,5 м. Для определения деформаций стенок выработок – инварные жезлы с базой измерения – 1 м и 3 м.

Исключение прогрессирующей погрешности измерений, связанной с использованием технических средств во времени, обеспечивается применением образцового средства измерения, с помощью которого сравнивается рабочее средство измерения до начала и после завершения замеров.

Влияние изменения температуры воздуха в галереях при проведении замеров учитывалось путем введения соответствующих поправок в экспериментальные данные. Результирующая погрешность технических средств измерений составила:

- инварный жезл (база – 3 м) – 0,015 мм (или  $5 \cdot 10^{-6}$ );
- раздвижной кварцевый жезл (база 2-3,5 м) – 0,018 мм;
- инварный жезл (база 1 м) –  $7 \cdot 10^{-6}$ .

Таблица 2

Величины приращений напряжений при наполнении водохранилища от УВБ = 505м до УВБ = 540м.

NN Стан- ций	Рассто- яние от контак- та, м	Величины изменения напряжений, МПа					
		Компоненты			Главные в плоскости YZ		φ <sub>1</sub> , град.
		Δσ <sub>y</sub>	Δσ <sub>x</sub>	Δσ <sub>z</sub>	Δσ <sub>1</sub>	Δσ <sub>2</sub>	
Л – 1	4	0,6 (0,4*)	-0,3 (-0,3)	-0,9 (-1,3)	0,6	-0,9	-81
Л – 2	8	0,8 (0,4)	-0,3 (-0,4)	-1,3 (-1,1)	0,8	-1,3	-87
Л – 3	13	0,4 (0,5)	-0,3 (-0,2)	-0,6 (-0,9)	0,5	-0,6	-77
Л – 4	18	0,5 (0,3)	-0,3 (-0,3)	-0,7 (-1,0)	0,5	-0,7	-79
Л – 5	55	0,1 (-0,3)	0,0 (-0,2)	-0,6 (-0,9)	0,2	-0,6	-69
Л – 6	107	-0,2(-,2)	-0,1 (0,1)	-0,1 (-0,3)	0,0	-0,2	-19
П – 1	8	0,9 (0,5)	-0,2 (-0,2)	-0,5 (-0,5)	0,9	-0,6	85
П – 2	8	0,3 (0,4)	-0,2 (-0,2)	-0,5 (-0,3)	0,5	-0,6	67
П – 3	13	0,1 (0,3)	-0,1 (-0,1)	-0,3 (-0,2)	0,3	-0,4	65
П – 5	48	-0,2 (0,0)	-0,1 (-0,2)	-0,4 (-0,3)	0,1	-0,5	57
П – 6	98	-0,2 (0,0)	0,0 (0,0)	-0,2 (-0,1)	-0,1	-0,3	32

\*) В скобках приведены результаты расчета компонентов напряжений, полученные с использованием зависимости деформаций и смещений от напряжений для цилиндрической выработки.

*Результаты экспериментальных измерений.* Оценка изменений напряженного состояния в массиве горных пород с применением разработанных средств измерения и обработки данных выполнена по наблюдениям за деформациями галерей, пройденных в береговых примыканиях арочно-гравитационной плотины Саяно-Шушенской ГЭС. В табл. 1 приведены величины измеренных относительных смещений контуров поперечных сечений

(база измерения – 3,4 м; смещения измерялись по вертикальной и горизонтальной осям контура) и деформаций вдоль продольной оси галерей (база измерения – 3 м), вызванных изменением уровня верхнего бьефа (УВБ) от отметки 505 м до отметки 540 м. Результаты обработки экспериментальных данных с использованием соотношений (1), полученные для цилиндрической выработки ( $R=1,7$  м) представлены в табл.2 (в скобках). Для сравнения здесь же приведены результаты обработки 4-х компонентной розетки деформаций (база – 1 м), обеспечивающей получение плоского тензора деформации на боковой стенке галереи, с дополнительной информацией об относительных смещениях контура в горизонтальном направлении  $U_c$ . При обработке использованы коэффициенты концентрации, полученные из решения трехмерной задачи теории упругости методом граничных интегральных уравнений для галереи с реальной формой сечения. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона принимались равными 21 ГПа и 0,16 соответственно. На рис.4 показаны величины приращений компонентов напряжений в вертикальном сечении береговых склонов, пройденном по осям галерей. Полученные результаты согласуются со схемой работы сооружения и дают наглядную картину реакции береговых склонов на гидростатическую пригрузку, вызванную сезонным изменением УВБ. Анализ результатов обработки данных (см. табл.2), в основе которых использованы разные схемы измерений, свидетельствует об удовлетворительной сходимости оценок. Различия в величинах компонентов напряжений, имеющие место на некоторых замерных станциях, объясняются не столько приближенностью принятых расчетных схем, сколько, по-видимому, различием деформационных свойств бетонной обделки галереи, в которой закреплены марки, и скального массива.

Приближенную оценку погрешностей при определении напряжений в массиве, в случае отсутствия информации о различиях деформационных свойств бетонной обделки и вмещающих пород, можно дать из анализа решения задачи о подкрепленной цилиндрической выработке (2). В случае использования модуля упругости обделки при пересчете деформаций в напряжения справедливы следующие положения:

1.) для компонента напряжений вдоль оси выработки ошибка определяется отношением модулей упругости массива и обделки; отличие реального значения от полученной оценки находится в той же пропорции, что и отношение модулей упругости;

2.) для компонентов напряжений в плоскости, ортогональной оси выработки, при уменьшении модуля упругости массива по сравнению с обделкой в два раза, расчетные величины напряжений на 30-40% выше реальных значений.

Более точные результаты можно получить, когда модули упругости обделки и массива принимаются равными модулю упругости вмещающего массива. Например, оценка компонента напряжений, направленного вдоль оси выработки, при модуле упругости обделки, вдвое превышающем модуль упругости массива, лишь на 30% меньше реального значения, полученного с учетом разницы свойств массива и обделки. Оценка компонента напряжений в плоскости, перпендикулярной оси галереи, еще более точная.



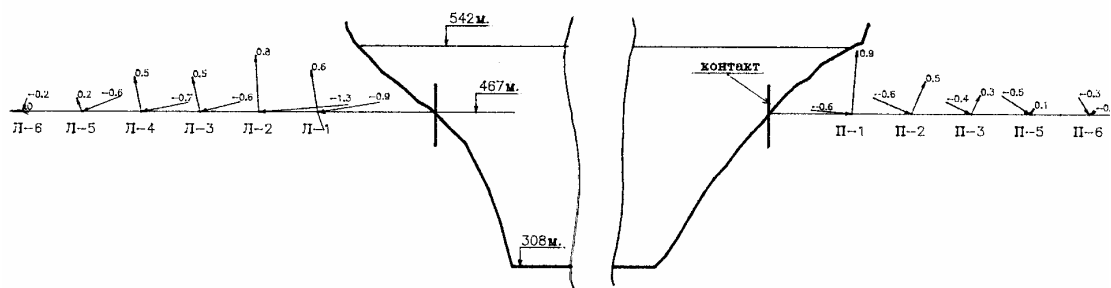


Рис.4.

### Заключение.

Разработаны и апробированы в натуральных условиях экспериментальные образцы простых механических средств измерения, обеспечивающие получение информации о деформировании контура выработок.

Использование данных средств измерений и зависимостей деформаций контура выработки от изменения напряжений позволило оценить приращения компонентов напряжений в скальном массиве береговых примыканий плотины СШ ГЭС, вызванные сезонным изменением уровня водохранилища. Анализ результатов аналитического решения задачи о подкрепленной выработке позволил дать приближенную оценку погрешностей величин напряжений, вызванных возможным различием свойств массива и бетонной обделки.

Полученные результаты свидетельствуют о перспективности используемого метода оценки напряжений для решения практических задач в горном деле и строительстве.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
2. Курленя М.В., Попов С.Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. Новосибирск: Наука, 1983.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987.