

ГЕОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КАМЕРНО-ЦЕЛИКОВОЙ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ

к.т.н. Болтенгаген И.Л.

Институт горного дела СО РАН, г. Новосибирск, Россия

АННОТАЦИЯ: На основе аналитических решений задач теории упругости о смещениях на контуре эллиптического отверстия и вокруг щели предложены алгебраические формулы для расчета нагрузок на конструктивные элементы камерно-целиковой системы разработки. Получены функциональные зависимости напряжений в целиках от основных технологических параметров системы разработки.

Методы компьютерного моделирования условий разработки являются эффективным средством диагностики напряженного состояния массивов горных пород. В практике геомеханических исследований широко применяются методы конечных и граничных элементов. Однако, решение задач в трехмерной постановке даже при малом количестве изменяющихся параметров системы разработки требует значительных интеллектуальных усилий квалифицированных программистов и больших экономических затрат. Поэтому необходимы приближенные расчетные схемы, позволяющие анализировать влияние различных технологических параметров на геомеханическую ситуацию и получать количественные оценки напряжений в конструктивных элементах вариантов систем разработки. В данной статье предложены формулы для определения напряжений в целиках при различных значениях параметров одного из вариантов камерно- целиковой системы разработки. Подход к расчету нагрузок на целики предложен В.А.Шалауровым при геомеханическом обосновании параметров комбинированной системы разработки вкрапленных руд Талнахского месторождения [1].

В основе расчетных формул – решение задачи теории упругости о смещениях на контуре эллиптического отверстия [2]:

$$U = -\frac{2\sigma(1-2\nu)(1+\nu)}{E}x, \quad V = \frac{2\sigma(1-\nu^2)}{E} \frac{L}{h}y, \quad (1)$$

где U, V – горизонтальная и вертикальная компоненты вектора смещений; E, ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона массива горных пород; σ – снимаемая на контуре вертикальная компонента начальных напряжений в массиве, перпендикулярная горизонтальной залежи с пролетом отработки L и мощностью h , принимаемые равными удвоенным длинам полуосей эллипса a и b ; x, y – координаты точки контура (рис.1), причем

$$y = \frac{h}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{L}\right)^2}.$$

Для больших пролетов отработки залежи (в сравнении с ее мощностью) величиной горизонтальных смещений можно пренебречь. Тогда для величины вертикальных смещений на контуре выработанного пространства применима следующая формула

$$V = \frac{\sigma(1-\nu^2)}{E} L \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{L}\right)^2}. \quad (2)$$

После введения локальной координаты $z=L/2-x$ (расстояние от фронта работ, $0 \leq z \leq L/2$) и алгебраических преобразований получаем уравнение

$$V = \frac{2\sigma(1-\nu^2)}{E} L \sqrt{\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2}. \quad (3)$$

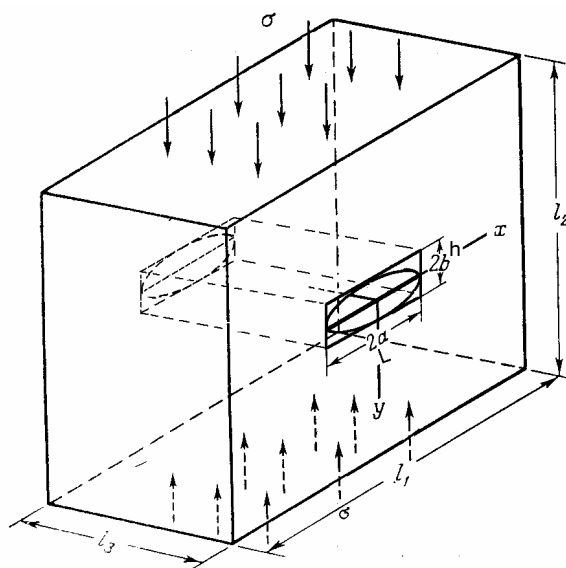


Рис.1. Эллипс с полуосями a и b и плоский разрез длиной $2a$, аппроксимирующие прямоугольное поперечное сечение выработанного пространства высотой h и шириной L в массиве горных пород.

Оценим отношение конвергенции кровли и почвы к высоте выработки, т.е. вертикальную деформацию ε возможных конструкций в выработанном пространстве. В случае эллиптического сечения из формулы для вертикального смещения (1) получим

$$\varepsilon_e = \frac{2V}{2y} = \frac{V}{y} = \frac{2\sigma(1-\nu^2)L}{E} \frac{1}{h};$$

деформация не зависит от горизонтальной координаты и постоянна по всей длине выработанного пространства.

В случае прямоугольной формы сечения выработки для оценочных расчетов можно предположить примерное равенство вертикальных смещений на контуре эллиптической и прямоугольной выработки. В данном случае из формулы (3) получим

$$\varepsilon_p = \frac{2V}{h} = \frac{4\sigma(1-\nu^2)L}{E} \frac{1}{h} \sqrt{\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2}, \quad (4)$$

деформация зависит от горизонтальной координаты и равна нулю на фронте работ (при $z=0$).

Рис.2 иллюстрирует вертикальную деформацию (в единицах σ/E) контура выработки квадратного поперечного сечения, полученную с помощью компьютерного моделирования методом конечных элементов (сплошная линия 1, $h=L$, $\nu=0.25$), и вертикальную деформацию, рассчитанную по аналитическому решению (3) для выработки кругового поперечного сечения радиуса R (пунктирная кривая 2, $2R=h=L$). Сравнение приведенных графиков показывает, что величина вертикальной деформации контура в центральной части квадратной выработки ($2.154\sigma/E$) соответствует оценке по аналитическому решению для круглого отверстия ($1.875\sigma/E$). Однако, решение для эллиптической выработки дает нулевые вертикальные деформации на границе выработанного пространства (при $x=L/2$) и не описывает увеличения напряжений в массиве горных пород вблизи очистного фронта в случае прямоугольного сечения выработки. Анализ приведенных графиков показывает, что функциональная зависимость (4) вполне удовлетворительно описывает деформацию контура выработки прямоугольного поперечного сечения, но необходимо учесть величину деформации на очистном фронте. Для этого используем решение Л.И.Седова для вертикальных смещений V в упругой плоскости с горизонтальной щелью длиной $2a$, к берегам которой приложено нормальное давление σ [3]:

$$\frac{E}{(1+\nu)\sigma} V = 2(1-\nu) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(x^2 - y^2 - a^2)^2 + 4x^2 y^2} - (x^2 - y^2 - a^2)} - y \right) - \frac{xy}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\sqrt{(x^2 - y^2 - a^2)^2 + 4x^2 y^2} + (x^2 - y^2 - a^2)}}{\sqrt{(x^2 - y^2 - a^2)^2 + 4x^2 y^2}} + y - \frac{y^2}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\sqrt{(x^2 - y^2 - a^2)^2 + 4x^2 y^2} - (x^2 - y^2 - a^2)}}{\sqrt{(x^2 - y^2 - a^2)^2 + 4x^2 y^2}} \quad (5)$$

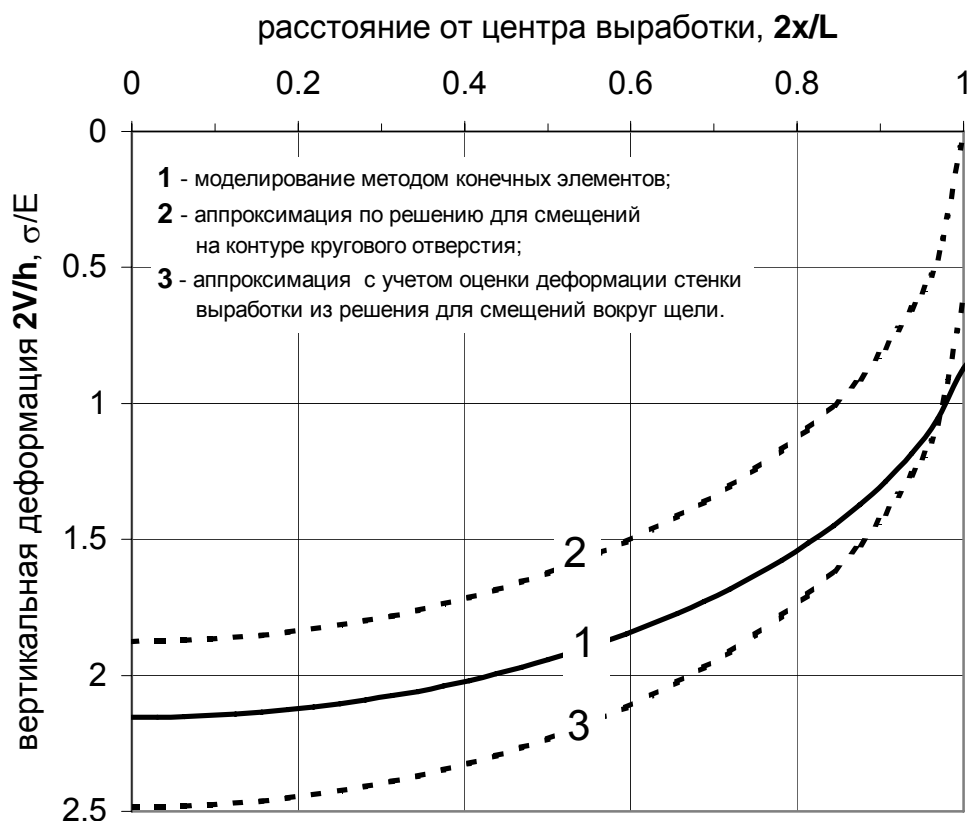


Рис.2. Сравнение величины вертикальной деформации контура выработки квадратного поперечного сечения (в единицах σ/E , $\nu=0.25$), полученной с помощью компьютерного моделирования методом конечных элементов (сплошная линия 1), с оценкой по аналитическому решению для кругового отверстия (верхняя пунктирная линия 2) и с предлагаемой аппроксимацией, учитывающей деформирование стенки выработки (нижняя пунктирная линия 3).

Данное решение получено с помощью теории функций комплексного переменного при условии плоской деформации и для положительных значений координат ($x, y > 0$) в первом квадранте, причем $x^2 - y^2 - a^2 < 0$. Последнее неравенство связано с многозначностью корня из комплексного числа. В случае плоского напряженного состояния множитель $2(1-\nu)$ в первом слагаемом правой части уравнения следует заменить на $2/(1+\nu)$. Уравнения для смещений в других квадрантах плоскости может быть получено с помощью приведенной формулы (5) соответствующей заменой знаков координат x и y , используя симметрию решения относительно оси ординат и его антисимметрию относительно оси абсцисс.

Рассмотрим ряд частных вариантов уравнения (5). Для определения смещений на вертикальной оси координат ($x=0$) получим следующее уравнение

$$\frac{V}{a} = \frac{\sigma}{E} \frac{(1+\nu)}{\sqrt{1+y^2/a^2} + y/a} \left(2(1-\nu) + \frac{y/a}{\sqrt{1+y^2/a^2}} \right),$$

применяемое в методе щелевой разгрузки [4]. Величина смещения на расстоянии половины пролета ($y=a=L/2$) вычисляется с помощью уравнения

$$\frac{V}{a} = \frac{\sigma}{E} \frac{(1+\nu)}{\sqrt{2}+1} \left(2(1-\nu) + \frac{1}{\sqrt{2}} \right);$$

при ν равном 0.25 $V/a=1.509\sigma/E$. Сравнение со значением деформации контура квадратной выработки $V/a=2.154\sigma/E$ показывает, что приведенное решение для плоского разреза в ряде случаев является вполне приемлемой оценкой для прямоугольной выработки. Даже для квадратного поперечного сечения ошибка не превышает 30%. Есть основание предполагать, что для больших пролетов отработки залежи (в сравнении с ее мощностью), решение для плоского разреза удовлетворительно описывает вертикальное смещение массива горных пород вокруг выработанного пространства. С помощью формулы (5) получим следующее уравнение для вертикального смещения на берегах щели ($y=0, x<a$)

$$V = \frac{2\sigma(1-\nu^2)}{E} \sqrt{a^2 - x^2},$$

тождественное уравнению для смещения на контуре эллиптического отверстия (2). Для определения величины деформации массива горных пород на вертикальных границах горизонтального выработанного пространства прямоугольного поперечного сечения из уравнения (4) получим следующую формулу ($x=a$)

$$\begin{aligned} \frac{E}{(1+\nu)\sigma} V = 2(1-\nu) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{y\sqrt{y^2+4a^2}+y^2} - y \right) + y \\ - \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{y\sqrt{y^2+4a^2}-y^2}}{\sqrt{y^2+4a^2}} - \frac{y}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{y\sqrt{y^2+4a^2}+y^2}}{\sqrt{y^2+4a^2}}, \end{aligned} \quad (6)$$

преобразующееся при $y=a$ в формулу

$$\frac{V}{a} = \frac{\sigma}{E} (1+\nu) \left(2(1-\nu) \left(\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} + 1 - 1 \right) + 1 - \frac{\sqrt{\sqrt{5}+1} + \sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{10}} \right),$$

которая позволяет оценить деформацию на вертикальных границах квадратного отверстия. При ν равном 0.25 $V/a=0.609\sigma/E$. Сравнение с величиной деформации контура квадратной выработки для $x=a$, полученным с помощью компьютерного моделирования методом конечных элементов $V/a=0.872\sigma/E$ (см. рис.2, сплошная линия), показывает, что приведенное решение для плоского разреза является вполне удовлетворительным приближением для вычисления деформации на фронте горных работ при создании выработанного пространства прямоугольного поперечного сечения.

Преобразуем уравнение (6) к виду, удобному для вычисления деформации V/b на фронте горных работ, подставив вместо вертикальной координаты y ее значение b , равное половине высоты выработанного пространства h прямоугольного поперечного сечения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_f = \frac{V}{b} = \frac{2\sigma(1+\nu)}{E} \frac{a}{b} \left(2(1-\nu) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{b}{2a} \sqrt{1+\frac{b^2}{4a^2}} + \frac{b^2}{4a^2}} - \frac{b}{2a} \right) + \frac{b}{2a} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\frac{b}{2a} \sqrt{1+\frac{b^2}{4a^2}} - \frac{b^2}{4a^2}}}{\sqrt{1+\frac{b^2}{4a^2}}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{b}{2a} \frac{\sqrt{\frac{b}{2a} \sqrt{1+\frac{b^2}{4a^2}} + \frac{b^2}{4a^2}}}{\sqrt{1+\frac{b^2}{4a^2}}} \right). \end{aligned}$$

Запишем полученное уравнение в форме функциональной зависимости деформации от отношения высоты выработанного пространства h к его ширине L ($a=h/2, b=L/2$):

$$\varepsilon_f = \frac{2V}{h} = \frac{2\sigma(1+\nu)L}{E} \cdot \frac{1}{h} \cdot \left(2(1-\nu) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{h}{2L} \sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}} + \frac{h^2}{4L^2}} - \frac{h}{2L} \right) + \frac{h}{2L} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\frac{h}{2L} \sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}} - \frac{h^2}{4L^2}}}{\sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{h}{2L} \frac{\sqrt{\frac{h}{2L} \sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}} + \frac{h^2}{4L^2}}}{\sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}}} \right).$$

Последнее запишем в виде, удобном для последующих вычислений

$$\varepsilon_f = \frac{2\sigma(1+\nu)L}{E} \cdot \frac{1}{h} \cdot Q, \quad (7)$$

где Q является функцией безразмерных параметров ν и h/L :

$$Q = 2(1-\nu) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{h}{2L} \sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}} + \frac{h^2}{4L^2}} - \frac{h}{2L} \right) + \frac{h}{2L} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\frac{h}{2L} \sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}} - \frac{h^2}{4L^2}}}{\sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{h}{2L} \frac{\sqrt{\frac{h}{2L} \sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}} + \frac{h^2}{4L^2}}}{\sqrt{1+\frac{h^2}{4L^2}}}. \quad (8)$$

С учетом полученной оценки деформации массива на фронте горных работ ε_f отношение конвергенции кровли и почвы выработанного пространства к его высоте (вертикальная деформация конструкций) определяется следующим уравнением

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_f = \frac{4\sigma(1-\nu^2)L}{E} \cdot \frac{1}{h} \sqrt{\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2} + \frac{2\sigma(1+\nu)L}{E} \cdot \frac{1}{h} \cdot Q,$$

где значения ε_p и ε_f определяются по формулам (4) и (7). Пунктирная кривая 3 на рис.2 иллюстрирует величину деформации ε (в единицах σ/E) для выработки квадратного поперечного сечения. На рис.3 показаны результаты расчетов деформации методом конечных элементов (сплошные линии) и предлагаемой алгебраической аппроксимации (пунктирные линии) для прямоугольного сечения выработки при различном отношении высоты к ширине. Полученная оценка является вполне удовлетворительным приближением для прямоугольной выработки при средней погрешности около 15%.

Определим величину снимаемых напряжений σ в случае частичной выемки запасов полезного ископаемого в выработанном пространстве. На рис.4 показана схема варианта системы разработки запасов выемочными единицами шириной p_1 (первичные панели) и p_2 (вторичные панели, отрабатываемые с некоторым отставанием d от фронта горных работ). Вертикальные напряжения σ_p в конструктивных элементах системы разработки (рудных целиках) определяются по формуле

$$\sigma_p = E\varepsilon = 4\sigma(1-\nu^2) \frac{L}{h} \sqrt{\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2} + 2\sigma(1+\nu) \frac{L}{h} \cdot Q. \quad (9)$$

Величину снимаемых на поверхности кровли и почвы напряжений σ можно оценить на основании следующих рассуждений. Вертикальная сила F_0 , действовавшая на горизонте разработки, распределяется неравномерно по поверхности горизонта после создания выработанного пространства: часть нагрузки F_p принимает на себя целики, часть F_r – массив горных пород. Общая снимаемая нагрузка может быть оценена по формуле $F_0 = \sigma_0 S$, где S – площадь отрабатываемого пространства, а σ_0 – величина начального вертикального напряжения $\sigma_0 = \gamma H$ (γ – удельный вес массива горных пород, H – глубина разработки). Нагрузка, распределенная в массиве горных пород, может быть оценена по формуле $F_r = \sigma S_0$, где S_0 – общая площадь отработки (с учетом оставленных целиков), а σ – неизвестная пока величина снимаемых вертикальных напряжений на общем эллиптическом контуре отрабатываемого пространства.

Нагрузка, распределенная в целиках может быть оценена следующим образом $F_p = \int \sigma_p dS_p$, т.е.

интегрированием вертикальных напряжений σ_p в конструктивных элементах системы разработки (формула (9)) по площади поверхности, занятой целиками. Снимаемое напряжение может быть определено из уравнения силового баланса $F_0 = F_r + F_p$. Выполним детальный анализ каждого из слагаемых последнего уравнения.

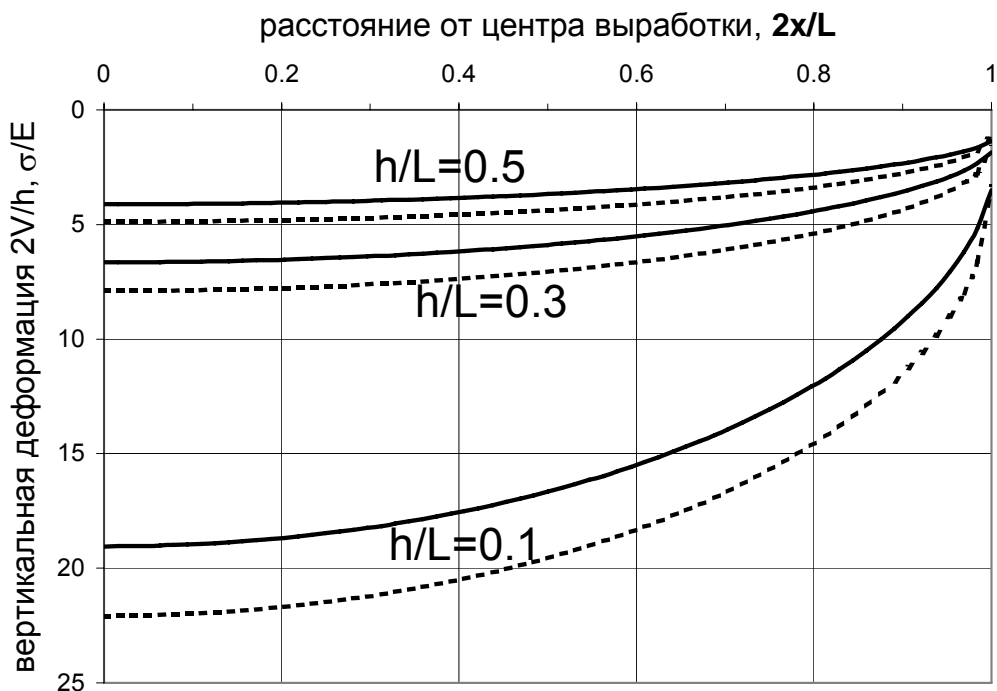


Рис.3. Сравнение формулы для расчета деформации контура прямоугольной выработки высоты h и ширины L с результатами компьютерного моделирования методом конечных элементов.

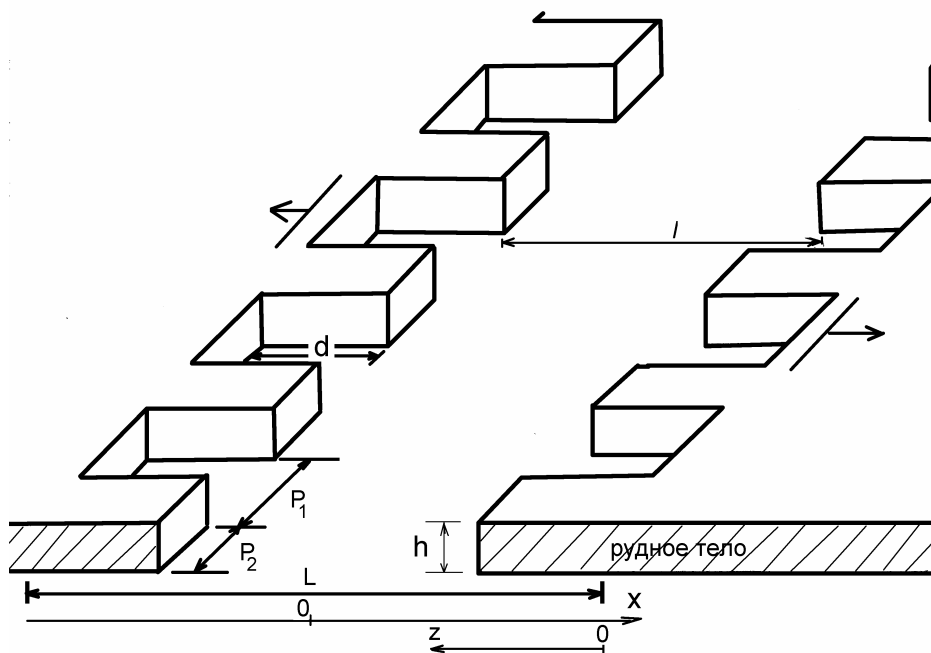


Рис.4. Вариант системы разработки с формированием рудных целиков между первичными панелями.

Площадь отработанного пространства S может быть вычислена по формуле (см. рис.4)

$$S = n(Lp_1 + lp_2) = n(L(p_1 + p_2) - (L-l)p_2) = n(L(p_1 + p_2) - 2dp_2),$$

где n – количество пар «первичная и вторичная панели» в выработанном пространстве. Общая «снимаемая» нагрузка может быть вычислена по формуле

$$F_0 = \sigma_0 S = \sigma_0 n(L(p_1 + p_2) - 2dp_2). \quad (10)$$

Площадь отработки $S_0 = nL(p_1 + p_2)$, а нагрузка, распределенная в массиве горных пород, определяется по формуле

$$F_r = \sigma S_0 = \sigma nL(p_1 + p_2), \quad (11)$$

где σ – искомая величина «снимаемых» вертикальных напряжений.

Для определения величины силы, распределенной по поверхности целиков, необходимо выполнить более сложные математические выкладки. Сначала вычислим силу, распределенную в одном рудном целике

$$\begin{aligned} f_p &= p_2 \int_0^d \sigma_p(z) dz = p_2 \int_0^d 4\sigma(1 - \nu^2) \frac{L}{h} \sqrt{\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2} dz + 2\sigma(1 + \nu) \frac{L}{h} p_2 d \cdot Q = \\ &= 4\sigma(1 - \nu^2) p_2 \frac{L}{h} \int_0^d \sqrt{\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2} dz + 2\sigma(1 + \nu) \frac{L}{h} p_2 d \cdot Q \end{aligned}$$

где использовано уравнение (9). Интеграл после замены переменной $\xi = z/L$ приводится к следующей форме

$$I = \int_0^{d/L} \sqrt{\xi - \xi^2} d\xi,$$

который при данных значениях параметров является частным видом интеграла [5]

$$\int (a\xi^2 + b\xi + c)^{1/2} d\xi = \frac{2a\xi + b}{4a} (a\xi^2 + b\xi + c)^{1/2} + \frac{4ac - b^2}{8a} \frac{-1}{(-a)^{1/2}} \arcsin \frac{(2ax + b)}{(b^2 - 4ac)^{1/2}}.$$

Следовательно, интеграл вычисляется с помощью уравнения

$$I = \int_0^{d/L} \sqrt{\xi - \xi^2} d\xi = -\frac{1 - 2\xi}{4} \sqrt{\xi - \xi^2} - \frac{1}{8} \arcsin(1 - 2\xi) \Big|_0^{d/L},$$

после подстановки пределов интегрирования получим значение определенного интеграла

$$I = \frac{\pi}{16} - \frac{1 - 2d/L}{4} \sqrt{d/L - d^2/L^2} - \frac{1}{8} \arcsin(1 - 2d/L), \quad (12).$$

Отметим, что величина I зависит лишь от отношения технологических параметров d/L и находится в интервале значений от 0 до $\pi/16$, соответствующих изменению опережения d от 0 до $L/2$.

Сила, распределенная в одном рудном целике, вычисляется по формуле

$$f_p = 4\sigma(1 - \nu^2) \frac{L}{h} Lp_2 + 2\sigma(1 + \nu) \frac{L}{h} p_2 d \cdot Q.$$

В каждой паре «первичная и вторичная панели» на противоположных фронтах горных работ находится два рудных целика, поэтому полная сила, распределенная в целиках, определяется с помощью уравнения

$$F_p = 2nf_p = 8n\sigma(1 - \nu^2) \frac{L}{h} Lp_2 I + 4n\sigma(1 + \nu) \frac{L}{h} p_2 d \cdot Q. \quad (13)$$

Уравнение силового баланса с учетом соотношений (10,11,13) приводит к следующим формулам

$$F_0 = F_r + F_p$$

$$\sigma_0 n(L(p_1 + p_2) - 2dp_2) = \sigma nL(p_1 + p_2) + 8n\sigma(1 - \nu^2) \frac{L}{h} LI + 4n\sigma(1 + \nu) \frac{L}{h} p_2 d \cdot Q$$

$$\sigma = \sigma_0 \frac{L(p_1 + p_2) - 2dp_2}{L(p_1 + p_2) + 8(1 - \nu^2) \frac{L}{h} Lp_2 I + 4\sigma(1 + \nu) \frac{L}{h} p_2 d \cdot Q}$$

$$\sigma = \sigma_0 \frac{(1 + \frac{p_1}{p_2}) - 2d/L}{(1 + \frac{p_1}{p_2}) + 8(1 - \nu^2) \frac{L}{h} I + 4(1 + \nu) \frac{L}{h} \frac{d}{L} \cdot Q}$$

Отметим, что величина «снимаемых» напряжений зависит от трех безразмерных технологических параметров: отношения ширины первичных и вторичных панелей p_1/p_2 , отношения величины опережения к пролету отработки d/L и отношения мощности залежи к пролету отработки h/L . Напряжение в целиках (9) вычисляется по формуле

$$\sigma_p = \sigma_0 \frac{(1 + \frac{p_1}{p_2}) - \frac{2d}{L}}{(1 + \frac{p_1}{p_2}) \frac{h}{L} + 8(1 - \nu^2) \cdot I + 4(1 + \nu) \frac{d}{L} \cdot Q} (4(1 - \nu^2) \sqrt{\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2} + 2(1 + \nu)Q).$$

Максимальное значение напряжений в рудных целиках достигаются на фронте отработки вторичных полос ($z=d$) и равно

$$\sigma_p^{\max} = \sigma_0 \frac{(1 + \frac{p_1}{p_2}) - \frac{2d}{L}}{(1 + \frac{p_1}{p_2}) \frac{h}{L} + 8(1 - \nu^2) \cdot I + 4(1 + \nu) \frac{d}{L} \cdot Q} (4(1 - \nu^2) \sqrt{\frac{d}{L} - \frac{d^2}{L^2}} + 2(1 + \nu)Q)$$

Отношение максимальных напряжений к величине начального вертикального напряжения, обусловленного весом налегающей толщи пород, с учетом исходного вертикального сжатия определяет максимальный коэффициент концентрации напряжений в целиках

$$k = \frac{\sigma_p^{\max}}{\sigma_0} + I = \frac{(1 + \frac{p_1}{p_2}) - \frac{2d}{L}}{(1 + \frac{p_1}{p_2}) \frac{h}{L} + 8(1 - \nu^2) \cdot I + 4(1 + \nu) \frac{d}{L} \cdot Q} (4(1 - \nu^2) \sqrt{\frac{d}{L} - \frac{d^2}{L^2}} + 2(1 + \nu)Q) + I.$$

Последнее уравнение можно представить в виде зависимости от безразмерных параметров ν , $\zeta=d/L$, $p=p_1/p_2$ и $\delta=h/L$

$$k = \frac{(1 + p) - 2\zeta}{(1 + p)\delta + 8(1 - \nu^2) \cdot I + 4(1 + \nu)\zeta \cdot Q} (4(1 - \nu^2) \sqrt{\zeta - \zeta^2} + 2(1 + \nu)Q) + I,$$

где Q и I определяются в соответствии с уравнениями (8,12)

$$Q = 2(1 - \nu) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\delta}{2} \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}} + \frac{\delta^2}{4} - \frac{\delta}{2}} \right) + \frac{\delta}{2} -$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\frac{\delta}{2} \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}} - \frac{\delta^2}{4}}}{\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\delta}{2} \frac{\sqrt{\frac{\delta}{2} \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}} + \frac{\delta^2}{4}}}{\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}},$$

$$I = \frac{\pi}{16} - \frac{1 - 2\zeta}{4} \sqrt{\zeta - \zeta^2} - \frac{1}{8} \arcsin(1 - 2\zeta).$$

Рис.5 иллюстрирует зависимости максимального коэффициента концентрации напряжений от величины опережения. Одним из основных параметров, определяющих уровень напряжений в целиках, является отношение мощности залежи к пролету отработки. Максимальные величины

напряжений в целиках достигаются при величине опережения d , равном $0.04-0.08$ пролета отработки L . Отметим, что коэффициент концентрации напряжений в целиках в случае отработки только первичных панелей ($d=L/2$) близок к 2, что согласуется с результатом, полученным по формуле Шевякова при равенстве ширины камеры и целика ($p_1=p_2$) [6]. При величине опережения d около $0.2-0.3L$ напряжения на фронте отработки вторичных панелей практически не превышают уровень нагрузок в забое при ведении горных работ единым фронтом ($d=0$). Аналогичный анализ можно выполнить для условий разрушения целиков после достижения напряжениями прочности массива на сжатие.

цифра у соответствующей кривой - отношение мощности залежи к пролету отработки h/L

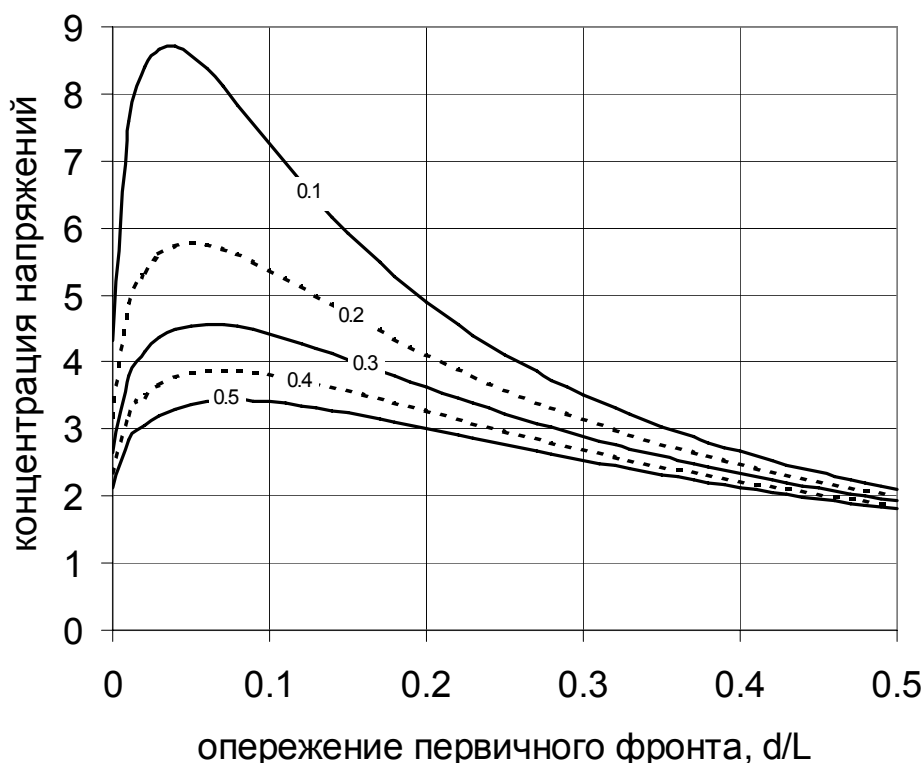


Рис.5. Концентрация напряжений на фронте отработки вторичных панелей при $p_1/p_2=1$ и $\nu=0.25$ для различных отношениях мощности залежи к пролету h/L .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шалауров В.А., Болтенгаген И.Л. Обоснование технологических решений при выемке подработанных рудных залежей // Вопросы совершенствования горных работ на шахтах и карьерах Сибири. –Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1990. С.46-52.
2. Гудьер Дж. Математическая теория равновесных трещин // Разрушение, т.2 «Математические основы теории разрушения» / ред. Г.Либовиц. –М.: Мир, 1975. С. 27-28.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды, т.2. –М.: Наука, 1973. С. 516-548.
4. Барышников В.Д., Болтенгаген И.Л., Коврижных А.М. Определение напряжений методом щелевой разгрузки // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. –Новосибирск: ИГД СО РАН, 2004. С.126-131.
5. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. –М.: Наука, 1978. С.67-68. Интегралы 380.201 и 380.001.
6. Борисенко С.Г. Технология подземной разработки рудных месторождений. –Киев: «Вища школа», 1987.