

## АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ДАТЧИКОВ ДЕФОРМАЦИИ

*К.т.н. Болтенгаген И.Л.*

*Институт горного дела СО РАН, г. Новосибирск, Россия*

**Аннотация:** Предложены аналитические формулы для вычисления главных деформаций с учетом избыточной информации в системе датчиков. Сделан обзор методов измерения напряжений, в которых могут использоваться полученные уравнения. По изменениям контура скважины во времени определены реологические свойства закладочного материала.

### Введение

В работе [1] решена в общем виде задача интерпретации результатов измерений для деформационных методов диагностики напряженного состояния массива горных пород. Основным элементом данных методов является система датчиков деформаций. На обнажении массива горных пород деформация равна

$$\varepsilon_l(\Theta) = x + y \cos 2\Theta \quad (1),$$

$$\text{где } x = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}, \quad y = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2},$$

$\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – главные деформации,  $\Theta$  – угол, отсчитываемый от направления  $\varepsilon_1$ . Для определения главных деформаций и угла  $\varphi$  отклонения  $\varepsilon_1$  от выбранного направления необходима установка трех датчиков деформации. При большем количестве датчиков дополнительная информация может быть использована для оценки погрешности измерений и определения величин  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varphi$  методом наименьших квадратов из условия минимума суммы квадратов отклонений величин деформаций, вычисленных с помощью  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varphi$ , от экспериментальных значений.

В данной статье получены аналитические формулы для вычисления  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varphi$  по  $N$  экспериментальным данным о деформациях  $e_i$  датчиков, отклоненных на углы  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) от выбранного направления. Приведены уравнения для частных случаев системы из восьми, шести и четырех датчиков деформаций.

Рассмотрены методы диагностики механического состояния массива, в которых измеряемые параметры определяются выражением, математически тождественным уравнению (1) и могут использоваться полученные расчетные формулы.

В частности, на примере интерпретации экспериментальных данных, полученных с помощью скважинного деформометра, определены параметры ползучести твердеющей закладки.

### Определение главных деформаций

Сумма квадратов отклонений величин деформаций  $\varepsilon_l(\varphi + \alpha_i)$ , вычисленных с помощью  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varphi$ , от экспериментальных значений равна

$$\chi = \sum (\varepsilon_l(\varphi + \alpha_i) - e_i)^2 = \sum (x + y \cos 2(\varphi + \alpha_i) - e_i)^2,$$

где суммирование осуществляется от 1 до  $N$ ,  $p_i$  – параметр, равный 0, если информация данного датчика по какой либо причине не учитывается (например, при значительном отклонении от вычисленного с помощью  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varphi$  значения, или в случае поломки определенного датчика), и равный 1 при учете показаний данного датчика.

Условия минимума  $\chi$

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \chi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \chi}{\partial \varphi} = 0$$

приводят к следующей системе из трех уравнений для определения  $x$ ,  $y$  и  $\varphi$ :

$$Px + (A \cos 2\varphi - B \sin 2\varphi)y = Q,$$

$$(A \cos 2\varphi - B \sin 2\varphi)x + \frac{1}{2}(P + C \cos 4\varphi - D \sin 4\varphi)y = E \cos 2\varphi - F \sin 2\varphi ,$$

$$(B \cos 2\varphi + A \sin 2\varphi)x + \frac{1}{2}(D \cos 4\varphi + C \sin 4\varphi)y = F \cos 2\varphi + E \sin 2\varphi ,$$

где использованы следующие обозначения

$$A = \sum p_i \cos 2\alpha_i, \quad B = \sum p_i \sin 2\alpha_i, \quad C = \sum p_i \cos 4\alpha_i, \quad D = \sum p_i \sin 4\alpha_i,$$

$$E = \sum p_i e_i \cos 2\alpha_i, \quad F = \sum p_i e_i \sin 2\alpha_i, \quad P = \sum p_i, \quad Q = \sum p_i e_i .$$

Решением системы уравнений являются следующие выражения для определения  $x$ ,  $y$  и  $\varphi$

$$x = \frac{Q}{P} - \frac{2}{P} \frac{[(E - \frac{Q}{P}A) - (F - \frac{Q}{P}B)G][A - BG]}{(C + P - \frac{2A^2}{P}) - G^2(C - P + \frac{2B^2}{P}) - 2G(D - \frac{2AB}{P})} \quad (2),$$

$$y = 2\sqrt{I + G^2} \frac{(E - \frac{Q}{P}A) - (F - \frac{Q}{P}B)G}{(C + P - \frac{2A^2}{P}) - G^2(C - P + \frac{2B^2}{P}) - 2G(D - \frac{2AB}{P})} \quad (3),$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = G \quad (4),$$

где

$$G = \frac{(C + P - \frac{2A^2}{P})(F - \frac{Q}{P}B) - (D - \frac{2AB}{P})(E - \frac{Q}{P}A)}{(C - P + \frac{2B^2}{P})(E - \frac{Q}{P}A) + (D - \frac{2AB}{P})(F - \frac{Q}{P}B)} .$$

Величины главных деформаций определяются с помощью уравнений

$$\varepsilon_1 = x + y, \quad \varepsilon_2 = x - y .$$

## Варианты системы датчиков

Несмотря на достаточную громоздкость уравнений (2-4), они описывают общий случай системы датчиков деформаций. Данные формулы можно использовать и для розеток с тремя датчиками. Рассмотрим некоторые варианты систем датчиков, применяемые в практике геомеханических исследований. Предполагается, что учитывается информация каждого из датчиков, т.е. параметры  $p_i$  принимаются равными 1 ( $i=1,2,\dots,N$ ).

В случае системы из восьми датчиков (рис.1,а), величины главных деформаций  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и угол  $\varphi$  отклонения  $\varepsilon_1$  от ориентации первого датчика (положительное значения угла соответствует направлению против часовой стрелки), определяются с помощью уравнений

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{4}(e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 + e_7 + e_8)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1}{2} \operatorname{sign}(e_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_4 - e_5 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_6 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_8) .$$

$$\cdot \sqrt{(e_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_4 - e_5 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_6 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_8)^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2}e_2 + e_3 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_4 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_6 - e_7 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_8)^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = - \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}e_2 + e_3 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_4 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_6 - e_7 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_8}{e_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_4 - e_5 - \frac{\sqrt{2}}{2}e_6 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_8} .$$

В случае системы из шести датчиков (рис.1,б)

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{3}(e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{2}{3} \operatorname{sign}\left(e_1 + \frac{1}{2}e_2 - \frac{1}{2}e_3 - e_4 - \frac{1}{2}e_5 + \frac{1}{2}e_6\right) \cdot$$

$$\sqrt{\left(e_1 + \frac{1}{2}e_2 - \frac{1}{2}e_3 - e_4 - \frac{1}{2}e_5 + \frac{1}{2}e_6\right)^2 + \frac{3}{4}(e_2 + e_3 - e_5 - e_6)^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{e_2 + e_3 - e_5 - e_6}{e_1 + \frac{1}{2}e_2 - \frac{1}{2}e_3 - e_4 - \frac{1}{2}e_5 + \frac{1}{2}e_6}.$$

В случае системы из четырех датчиков (рис.1,в) [2]

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{2}(e_1 + e_2 + e_3 + e_4), \quad \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \operatorname{sign}(e_1 - e_3) \cdot \sqrt{(e_1 - e_3)^2 + (e_2 - e_4)^2},$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{e_2 - e_4}{e_1 - e_3}.$$

Иногда применяется система из четырех датчиков деформации, показанная на рис.1,г, в которой датчики 1 и 3 перпендикулярны, а датчики 2 и 4 отклонены от направления датчика 1 на  $30^\circ$  по и против часовой стрелке соответственно. Данная система датчиков используется, в частности, в методе торцевой разгрузки [3]. В.Д.Барышниковым при организации системы контроля вариаций напряжений на Саяно- Шушенской ГЭС, связанных с сезонными колебаниями уровня верхнего бьефа, предложена схема размещения реперов в борту выработки (рис.1,д) для определения изменений напряженного состояния по деформациям контура выработок [4]. Четыре репера обеспечивают контроль деформаций массива в четырех направлениях с помощью единого прибора при одинаковой базе измерений. В данном случае [5]

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{9}(3e_1 + 4e_2 + 7e_3 + 4e_4)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \operatorname{sign}(3e_1 + e_2 - 5e_3 + e_4) \cdot \sqrt{\frac{2}{9}(3e_1 + e_2 - 5e_3 + e_4)^2 + \frac{4}{3}(e_2 - e_4)^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -3\sqrt{3} \frac{e_2 - e_4}{3e_1 + e_2 - 5e_3 + e_4}.$$

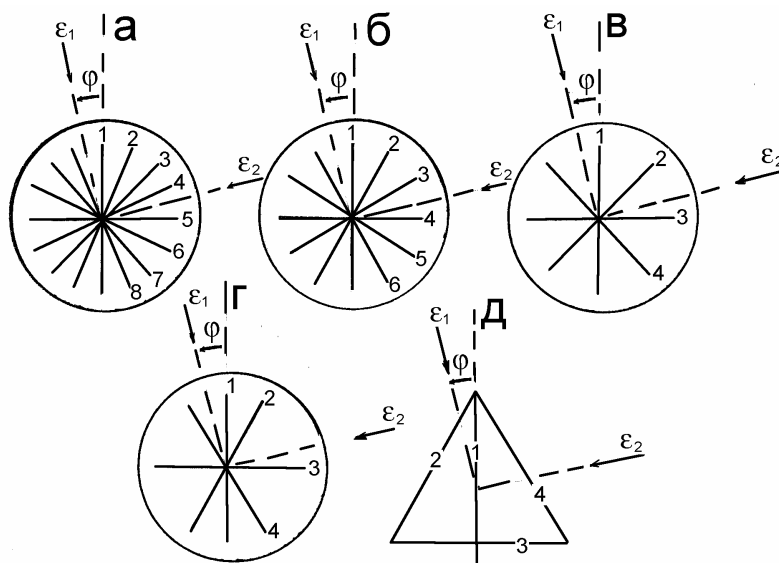


Рис.1. Системы датчиков деформации.

## Методы измерения напряжений

Полученные уравнения могут использоваться в расчетных схемах различных методов измерения напряжений. Например, при определении главных деформаций на стенке выработок для контроля изменений напряжений в массиве горных пород [4] и в методе торцевой разгрузки [2].

На обнажении массива нормальная компонента напряжений определяется с помощью математически тождественного (1) уравнения

$$\sigma_n(\Theta) = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\Theta,$$

поэтому предложенные формулы (2-4) могут применяться для расчета главных напряжений и их направления в анализе экспериментов с использованием метода щелевой разгрузки при создании трех и более прорезей, ориентированных под различными углами [6]. В данном случае

$$x = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, \quad y = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2},$$

а значение экспериментального параметра  $e_i$  следует принять равным нормальной компоненте напряжений  $\sigma_n(\varphi + \alpha_i)$ , перпендикулярной плоскости щели, которая отклонена на угол  $\alpha_i + \pi/2$  от выбранного направления.

Тангенциальная компонента напряжений на контуре выработки кругового поперечного сечения определяется с помощью математически тождественного (1) уравнения

$$\sigma_\Theta(\Theta) = (\sigma_1 + \sigma_2) - 2(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\Theta,$$

поэтому формулы (2-4) могут использоваться для определения главных напряжений в массиве горных пород и их ориентации по результатам измерения напряжений на контуре выработки. В частности, при экспериментальном определении тангенциальных (окружных) компонент напряжений  $s_1, s_2, s_3$  в трех точках контура, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, главные напряжения  $\sigma_1, \sigma_2$  и угол  $\varphi$  отклонения  $\sigma_1$  от точки 1 контура вычисляются с помощью следующих формул

$$\begin{aligned} \sigma_1 + \sigma_2 &= \frac{1}{3}(s_1 + s_2 + s_3) \\ \sigma_2 - \sigma_1 &= \frac{1}{6} \operatorname{sign}(2s_1 - s_2 - s_3) \sqrt{(2s_1 - s_2 - s_3)^2 + 3(s_2 - s_3)^2} \\ \operatorname{tg} 2\varphi &= \sqrt{3} \frac{s_2 - s_3}{2s_1 - s_2 - s_3}. \end{aligned}$$

Отметим, что скважина и протяженная выработка кругового поперечного сечения нередко являются основным элементом методов измерения напряжений в массиве горных пород. Относительное изменение диаметра

$$d(\Theta) = \frac{\Delta D}{D}(\Theta) = \frac{d_1 + d_2}{2} + \frac{d_1 - d_2}{2} \cos 2\Theta, \quad (5)$$

математически тождественно уравнению (1), где  $d_1$  и  $d_2$  – экстремальные значения относительных изменений диаметра выработки (скважины), а  $\Theta$  – угол, положительные значения которого отсчитываются по часовой стрелке от направления  $d_1$ . Данное уравнение выполняется для условий плоской деформации и плоского напряженного состояния и является следствием решения Кирша [7]. Компоненты напряжений  $\sigma_r, \sigma_\Theta, \sigma_z$  и определяемая по закону Гука радиальная компонента тензора деформации  $\varepsilon_r$  являются линейными функциями переменной  $\cos 2\Theta$ . Интегрирование по  $r$  радиальной деформации для определения перемещения  $u_r$  сохраняет линейную зависимость от  $\cos 2\Theta$ . Следовательно относительное изменение диаметра скважины или выработки круглого поперечного сечения является линейной функцией переменной  $\cos 2\Theta$

$$\frac{\Delta D}{D}(\Theta) = a + b \cos 2\Theta \quad (6).$$

Две постоянные  $a$  и  $b$  данной зависимости определяются с помощью экстремальных значений диаметра при  $\Theta$  равном  $0$  и  $\pi/2$  (5)

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad b = \frac{d_1 - d_2}{2} \quad (7).$$

Уравнения (2-4) и формулы для частных вариантов систем датчиков деформации могут применяться для вычисления экстремальных (минимального и максимального) изменения диаметра скважины (выработки) и угла  $\varphi$  отклонения  $d_1$  от выбранного направления. В данном случае

$$x = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad y = \frac{d_1 - d_2}{2},$$

а экспериментальные значения  $e_i$  следует принять равными относительным изменениям диаметра  $\Delta D_i/D$  в различных направлениях.

В методе определения изменений напряжений по деформациям контура выработки увеличение (уменьшение) диаметра определяют по смещениям реперов (маркшейдерских марок) [4]. Относительное изменение диаметра (6) вычисляется при значениях  $a$  и  $b$

$$a = \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 - \nu\Delta\sigma_z}{E}, \quad b = \frac{2(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)(1 - \nu^2)}{E} \quad (8),$$

где  $E$  и  $\nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона массива горных пород. Сравнение уравнений (7) и (8) показывает, что для определения изменений квазиглавных напряжений  $\Delta\sigma_1$ ,  $\Delta\sigma_2$  и компоненты напряжений  $\Delta\sigma_z$ , ориентированной в направлении выработки, кроме информации об экстремальных относительных изменениях диаметра  $d_1$  и  $d_2$  необходимо измерение на контуре деформации массива  $\Delta\varepsilon_z$ . Отметим, что смещение расположенных на контуре выработки марок вследствие изменения касательных напряжений  $\Delta\tau_{1z}$  и  $\Delta\tau_{2z}$  являются малыми второго порядка в сравнении со смещениями контура вследствие изменения напряжений  $\Delta\sigma_1$ ,  $\Delta\sigma_2$  и  $\Delta\sigma_z$  и для определения соответствующих компонент деформации необходима установка на обнажении двух систем датчиков, аналогичных изображенной на рис.1,д. Максимальное значение соответствующей компоненты деформации на контуре выработки кругового поперечного сечения в два раза превышает ее значение в массиве [5].

Изменения напряжений в массиве горных пород вычисляются с помощью следующих уравнений

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= \frac{3E}{8(1-\nu^2)} d_1 + \frac{E}{8(1-\nu^2)} d_2 + \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} \Delta\varepsilon_z, \\ \Delta\sigma_2 &= \frac{E}{8(1-\nu^2)} d_1 + \frac{3E}{8(1-\nu^2)} d_2 + \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} \Delta\varepsilon_z, \\ \Delta\sigma_z &= \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} d_1 + \frac{E\nu}{2(1-\nu^2)} d_2 + \frac{E}{1-\nu^2} \Delta\varepsilon_z, \end{aligned}$$

где  $d_1$  и  $d_2$  – соответствующие относительные изменения диаметра,  $\Delta\varepsilon_z$  - деформация массива в направлении выработки. При отсутствии достоверной информации о деформационных свойствах экспериментальные измерения диаметра выработки можно использовать для оценки деформаций массива

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{3-4\nu}{8(1-\nu)} d_1 + \frac{1-4\nu}{8(1-\nu)} d_2 - \frac{\nu}{2(1-\nu)} \varepsilon_z, \quad \Delta\varepsilon_2 = \frac{1-4\nu}{8(1-\nu)} d_1 + \frac{3-4\nu}{8(1-\nu)} d_2 - \frac{\nu}{2(1-\nu)} \varepsilon_z.$$

Частным вариантом метода является размещение в скважине деформометра для диагностики изменений напряженного состояния массива горных пород. Например, приведенные уравнения могут использоваться в расчетной схеме метода разгрузки керна с центральной скважиной при измерениях радиальных смещений [8]. В данном случае, рассчитанные изменения главных напряжений и деформаций (взяты с обратным знаком) равны напряжениям и деформациям в массиве горных пород.

Приведем расчетные формулы для определения напряжений методом частичной разгрузки на обнажении массива горных пород [9]. На стенке выработки устанавливаются  $2N$  реперов, равномерно размещенных по окружности диаметра  $D$ , и фиксируют  $N$  расстояний (диаметров) между парами реперов (базы измерений). После разгрузки массива центральной скважиной диаметра  $D_0$  измеряют радиальное перемещение  $\Delta D_i$  по каждой паре реперов ( $i=1,2, \dots, N$ ). С помощью уравнений (2-4) или полученных формул для частных случаев (при  $N$  равном 4,6,8) вычисляются экстремальные значения  $d_1$  и  $d_2$  относительных изменений диаметра окружности, на которой установлены реперы, и угол  $\varphi$  отклонения  $d_1$  (и соответствующего главного напряжения в массиве горных пород) от выбранного направления. Значение экспериментального параметра  $e_i$  принимается равным отношению изменения расстояния между соответствующей парой реперов  $\Delta D_i/D$ . Относительные изменения диаметра определяются уравнениями (5) и (6) при следующих значениях  $a$  и  $b$

$$a = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2E} (1 + \nu) \xi^2, \quad b = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2E} [4\xi^2 - (1 + \nu)\xi^4],$$

где параметр  $\xi$  равен отношению диаметров  $D_0/D$  скважины и окружности, на которой размещены реперы.

Главные напряжения определяются с помощью следующих уравнений

$$\sigma_1 = \frac{E}{2} \frac{(5 + \nu) - (1 + \nu)\xi^2}{4(1 + \nu)\xi^2 - (1 + \nu)^2 \xi^4} d_1 + \frac{E}{2} \frac{(3 - \nu) - (1 + \nu)\xi^2}{4(1 + \nu)\xi^2 - (1 + \nu)^2 \xi^4} d_2,$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{2} \frac{(3 - \nu) - (1 + \nu)\xi^2}{4(1 + \nu)\xi^2 - (1 + \nu)^2 \xi^4} d_1 + \frac{E}{2} \frac{(5 + \nu) - (1 + \nu)\xi^2}{4(1 + \nu)\xi^2 - (1 + \nu)^2 \xi^4} d_2,$$

главные деформации - по формулам

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)\xi^2} (d_1 + d_2), \quad \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1 + \nu}{4\xi^2 - (1 + \nu)\xi^4} (d_1 - d_2).$$

Установленная система реперов вокруг скважины может использоваться в последующем для диагностики изменений напряженного состояния массива горных пород. В данном случае необходимо измерять относительные смещения реперов  $\Delta D_i/D$ , принимая в качестве начального отсчета их положение после разгрузки скважиной. Уравнения (2-4) позволяют определить экстремальные приращения относительных изменений диаметра  $\Delta d_1$  и  $\Delta d_2$  и угол  $\varphi$  отклонения  $\Delta d_1$  от выбранного направления. Приращения относительных изменений диаметра определяется уравнениями, аналогичными (5) и (6), при следующих значениях параметров  $a$  и  $b$

$$a = \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2}{2E} [(1 - \nu) + (1 + \nu)\xi^2], \quad b = \frac{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2}{2E} [(1 + \nu) + 4\xi^2 - (1 + \nu)\xi^4],$$

где  $\Delta\sigma_1$  и  $\Delta\sigma_2$  – изменения напряжений. С помощью данных выражений и уравнений (7), в которых относительные изменения диаметра заменены их приращениями, получим следующие формулы для вычисления изменений напряжений и деформаций на контуре выработки

$$\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 = \frac{E}{(1 - \nu) + (1 + \nu)\xi^2} (\Delta d_1 + \Delta d_2), \quad \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2 = \frac{E}{(1 + \nu) + 4\xi^2 - (1 + \nu)\xi^4} (\Delta d_1 - \Delta d_2),$$

$$\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 = \frac{1 - \nu}{(1 - \nu) + (1 + \nu)\xi^2} (\Delta d_1 + \Delta d_2), \quad \Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2 = \frac{1 + \nu}{(1 + \nu) + 4\xi^2 - (1 + \nu)\xi^4} (\Delta d_1 - \Delta d_2).$$

Скважина повышает уровень деформации датчиков на обнажении. Коэффициенты увеличения суммы и разности главных деформаций оцениваются величинами  $2/(1-\nu)$  и  $4/(1+\nu)$  соответственно (при  $\xi$  равном 1) и находятся в интервалах значений от 2, 4 до 4, 2.6(6) соответственно при изменении коэффициента Пуассона от 0 до 0.5.

## Эксперимент

На рис.2 показаны изменения диаметра во времени, полученные с помощью деформометра, размещенного в горизонтальной скважине диаметром 44.5 мм в ленте 51 закладочного массива на

руднике «Комсомольский» (В.К.Федоренко, июнь 1980 г.). На момент выполнения экспериментальных работ созданное в результате отработки запасов горизонтальной рудной залежи выработанное пространство высотой 30м, шириной 200 м и длиной около 900 м было заполнено твердеющей закладкой; замерный пункт находился в центральной части закладочного массива в 50 м от восточного фронта очистных работ. В табл.1 приведены значения изменений диаметра в различных направлениях по истечению 19 суток от момента установки деформометра, рассчитанные с помощью уравнений (2-4) величины экстремальных изменений диаметра и их направление, а также среднее квадратичное отклонение вычисленных величин изменений диаметра скважины от экспериментальных значений [10]. Предположение о том, что для ползучести выполняется уравнение (5) основано на следующих рассуждениях. Распределение напряжений вблизи круглого отверстия получено из решения бигармонического уравнения для функции напряжений, которое является следствием условий совместности деформаций, линейной зависимости деформаций от напряжений и уравнений равновесия. Учет временных деформаций в задачах с неизменными граничными условиями сводится к замене модуля упругости и коэффициента Пуассона в упругом решении функциями времени [8]

$$E_t = \frac{E}{1 + \frac{\delta t^{1-\alpha}}{1-\alpha}}, \quad \nu_t = \frac{1}{2} - \frac{1-2\nu}{2} \frac{1}{1 + \frac{\delta t^{1-\alpha}}{1-\alpha}},$$

где  $\alpha$  и  $\delta$  –параметры ползучести абелевого степенного ядра  $L(t, \tau) = \delta (t-\tau)^{-\alpha}$  теории линейной наследственности Больцмана [11]. Следовательно, в данном случае сохраняется линейная зависимость деформаций от напряжений в каждый момент времени, и для моделей ползучести в плоской постановке справедливы решения задач теории упругости.

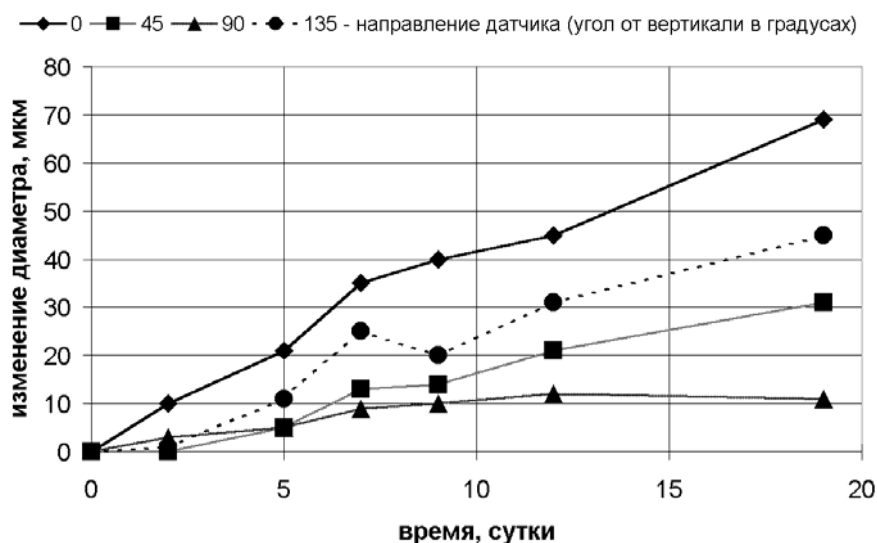


Рис.2. Изменение диаметра скважины в различных направлениях во времени.

ТАБЛИЦА . Экспериментальные и расчетные изменения диаметра скважины.

Изменения диаметра (мкм) в направлениях				Главные изменения диаметра, мкм		Угол $\varphi^0$ отклонения $\Delta D_1$	Среднеквадратичное отклонение, мкм
1 ( $0^0$ )	2 ( $45^0$ )	3 ( $90^0$ )	4 ( $135^0$ )	$\Delta D_1$	$\Delta D_2$		
69.	31	11.	45.	68.8	9.17	$6.79^0$	1.15

Линейная экспериментальная зависимость изменений диаметра от времени (рис.2) позволяет использовать модель Максвелла для описания поведения закладочного материала [12] ( $\alpha$  и  $\delta$  равны нулю и  $E/\eta$  соответственно,  $\eta$  –реологический параметр). На основании решения задачи

в упругой постановке, пренебрегая в первом приближении изменениями коэффициента Пуассона, получим следующее выражение для зависимости относительного изменения диаметра скважины от времени  $t$

$$d(\Theta) = \frac{\Delta D}{D}(\Theta) = \frac{t}{\eta}(\sigma_1 + \sigma_2 - \nu\sigma_z + 2(\sigma_1 - \sigma_2)(1 - \nu^2) \cos 2\Theta) .$$

Сравнивая с уравнением (5), получим следующие выражения

$$\frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{t}{\eta}(\sigma_1 + \sigma_2 - \nu\sigma_z) , \quad \frac{d_1 - d_2}{2} = \frac{t}{\eta} 2(\sigma_1 - \sigma_2)(1 - \nu^2) . \quad (9)$$

Предполагая равенство компоненты  $\sigma_z$  напряжений, ориентированной в направлении скважины, минимальному главному напряжению  $\sigma_2$ , и разделив первое из уравнений (9) на второе, получим следующее выражение для отношения главных напряжений в закладочном массиве

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{[2 \frac{\Delta D_1 + \Delta D_2}{\Delta D_1 - \Delta D_2} (1 - \nu^2) + (1 - \nu)]}{[2 \frac{\Delta D_1 + \Delta D_2}{\Delta D_1 - \Delta D_2} (1 - \nu^2) - 1]} .$$

Величина данного отношения 2.24 при коэффициенте Пуассона закладочного массива 0.3 совпадает с выражением  $(1-\nu)/\nu$ , характеризующим деформирование закладки в компрессионном режиме (горизонтальные деформации равны нулю). С помощью второго из уравнений (9) получим следующее выражение для определения реологического параметра  $\eta$  закладочного массива

$$\eta = \frac{4(\sigma_1 - \sigma_2)(1 - \nu^2)}{\Delta D_1 - \Delta D_2} Dt .$$

Воспользовавшись оценкой 2 МПа вертикального давления на закладочный массив в 51 ленте, основанной на анализе результатов дилатометрических испытаний (С.Н.Попов) и данных о смещениях подработанного массива (И.К.Ворошилов, Норильский опорный пункт ВНИМИ), получим значение  $1.2 \cdot 10^9$  МПа·сек реологического параметра  $\eta$ .

## Выводы

1. Предложены формулы для определения главных деформаций по данным системы датчиков. Уравнения могут использоваться в расчетных схемах широкого класса методов измерения напряжений, в которых измеряемый параметр является линейной функцией косинуса двойного угла направления датчика.
2. С использованием экспериментальных данных о деформации контура скважины во времени выполнена оценка реологических свойств искусственного массива из твердеющей закладки на руднике «Комсомольский».

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Курленя М.В., Попов С.Н. Статистический подход в задаче измерения напряжений // Геомеханическая интерпретация результатов натурального эксперимента. –Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1983.
2. Юн Р., Болтенгаген И.Л., Спириин Л.А., Ковтун К.Г. Экспериментальная оценка напряженного состояния массива вблизи очистных работ // Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния массива шахт и рудников. –Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1990.
3. Козырев А.А., Тимофеев В.В. Экспериментальное изучение разгрузки блока скальных пород в подземных условиях // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. –Новосибирск: ИГД СО РАН, 1999.
4. Барышников В.Д., Болтенгаген И.Л., Гахова Л.Н. Определение напряженного состояния массива по деформациям контура выработки // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. –Новосибирск: ИГД СО РАН, 1999.
5. Болтенгаген И.Л. Влияние ориентации главных начальных напряжений на механическое состояние массива горных пород вокруг выработок // ФТПРПИ.-2002.-№3.



6. Влох Н.П., Зубков А.В., Феклистов В.Г. Совершенствование метода щелевой разгрузки // Диагностика напряженного состояния породных массивов. -Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1980.
7. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. –М: Наука, 1975.
8. Курленя М.В., Попов С.Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. – Новосибирск: Наука, 1983.
9. Иванов В.С., Парашкевов Р.Д., Попов С.Н. Развитие метода частичной разгрузки для более достоверного определения напряженного состояния подземных сооружений // Напряженно-деформированное состояние массивов горных пород. –Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1988.
10. Зайдель А.Н. Элементарные оценки ошибок измерений. –Л.: Наука, 1967.
11. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. –М.: Машиностроение, 1975.
12. Реология / ред. Ф.Эйрих. –М: Издательство иностранной литературы, 1962.